ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 2012

ΘΕΜΑ 1^0

Να γράψετε στο φύλλο απαντήσεών σας τον αριθμό καθεμιάς από τις ακόλουθες ημιτελείς προτάσεις **1- 4** και δίπλα της το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή συμπλήρωσή της.

1.Το πλάτος μιας εξαναγκασμένης μηχανικής ταλάντωσης:
α. αυξάνεται διαρκώς καθώς αυξάνεται η συχνότητα του διεγέρτη.
β. για συχνότητες διεγέρτη μεγαλύτερες της συχνότητας όπου παρατηρείται συντονισμός, παραμένει σταθερό.
γ. δεν εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.
δ. μπορεί να έχει την ίδια τιμή για διαφορετικές τιμές της συχνότητας του διεγέρτη.

(Μονάδες 5)

2.Μια ακτίνα μονοχρωματικού φωτός προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων Α και Β κινούμενη από το μέσο Α (n_A) προς το μέσο Β (n_B). Αν για τους δείκτες διάθλασης ισχύει: $n_A>n_B$:
α. Η ακτίνα διαθλάται όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι μεγαλύτερη της κρίσιμης γωνίας .
β. Η ακτίνα υφίσταται ολική ανάκλαση όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι μικρότερη της κρίσιμης γωνίας.
γ. Η ακτίνα διαθλάται όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι μικρότερη της κρίσιμης γωνίας .
δ. Η ακτίνα υφίσταται ολική ανάκλαση όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι 90^o.

(Μονάδες 5)

3.Μια κρούση λέγεται πλάγια, όταν:
α. σ' αυτήν δεν ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.
β. σ' αυτήν δεν ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας.
γ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν τυχαία διεύθυνση.
δ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι παράλληλες.

(Μονάδες 5)

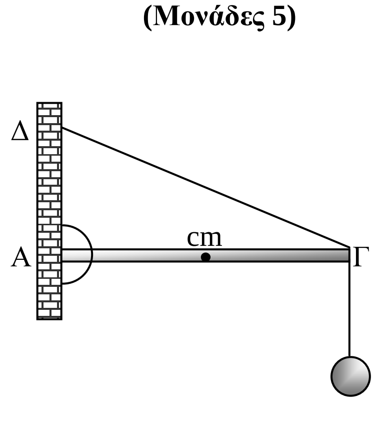
4.Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC σε κάποια χρονική στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή είναι ίσο με το ήμισυ της μέγιστης τιμής του, η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου είναι ίση με 3J.Η μέγιστη τιμή της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι
α. 4J
β. 3J
γ. 6J
δ. 1J

(Μονάδες 5)

5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
α. Σε μία χορδή, στην οποία έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, δύο διαδοχικές κοιλίες έχουν κάθε χρονική στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις..
β. Κατά την επιλογή σταθμού στο ραδιόφωνο η ηλεκτρική ταλάντωση είναι φθίνουσα.
γ. Σε φθίνουσα μηχανική ταλάντωση η αύξηση της σταθεράς απόσβεσης b προκαλεί αύξηση του ρυθμού ελάττωσης της ενέργειας της ταλάντωσης.
δ. Ο θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης ισχύει μόνο, αν ο άξονας περιστροφής του στερεού σώματος παραμένει ακίνητος.
ε. Φορτία που κινούνται με σταθερή ταχύτητα μπορούν να δημιουργήσουν ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2^0



A_1. Η ομογενής και ισοπαχής δοκός ΑΓ με μάζα Μ και μήκος ℓ έχει το άκρο της Α αρθρωμένο σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ το άκρο της Γ έχει συνδεθεί μέσω ελαστικής χορδής στο σημείο Δ του τοίχου. Στο άκρο Γ της ράβδου έχει κρεμαστεί με αβαρές νήμα σφαίρα μάζας m και το σύστημα ισορροπεί με την ράβδο σε οριζόντια θέση και το νήμα κατακόρυφο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η χορδή ασκεί στη ράβδο δύναμη μέτρου $F=Mg\sqrt{3}$, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Έχει παρατηρηθεί ότι, όταν τα άκρα Γ και Δ της χορδής στερεώνονται ακλόνητα και κατά μήκος όλου του τμήματος ΓΔ δημιουργείται μόνιμη κατάσταση στάσιμου κύματος που προέρχεται από τη συμβολή τρεχόντων κυμάτων μήκους κύματος $\lambda = \ell$, υπάρχουν κατά μήκος του συνολικά 5 ακίνητα σημεία. Η μάζα m της σφαίρας είναι :

α. $\frac{M}{2}$ **β.** M **γ.** $\frac{3M}{2}$ **(Μονάδες 3)**

A_2. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **(Μονάδες 5)**

B_1. Ο Φρίξος και η Έλλη εκπαιδεύουν τον κυνηγετικό τους σκύλο με τη βοήθεια σφυρίχτρας εκπαίδευσης σκύλων που παράγει υπέρηχο συχνότητας f_s=21KHz,που διαδίδεται στον αέρα με ταχύτητα 336m/s.Επειδή οι ηχητικές συχνότητες που μπορούν να ακούσουν είναι από 20 Hz έως 20KHz και υποπτεύονται ότι η σφυρίχτρα δεν λειτουργεί, για να την ελέγξουν πρέπει, όταν ο Φρίξος στέκεται ακίνητος και φυσάει αέρα στην σφυρίχτρα, η Έλλη που βρίσκεται σε αρκετή απόσταση από αυτόν πάνω στο ποδήλατό της να κινείται κατά μήκος της ευθείας που ορίζεται από τη θέση του Φρίξου και αυτή του ποδηλάτου της και :

α. να τον πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα που η ελάχιστη τιμή του μέτρου της είναι 8 m/s.

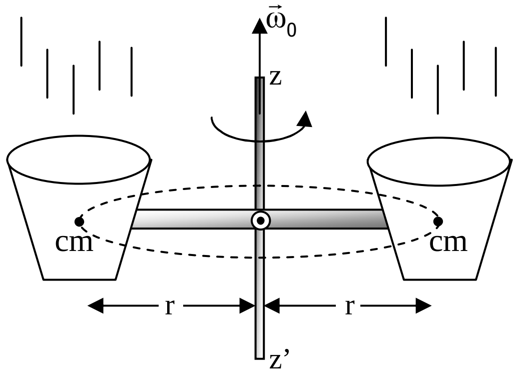
β. να απομακρύνεται από αυτόν με σταθερή ταχύτητα που η ελάχιστη τιμή του μέτρου της είναι 12m/s.

γ. να απομακρύνεται από αυτόν με σταθερή ταχύτητα που η ελάχιστη τιμή του μέτρου της είναι 16 m/s.

(Μονάδες 3)

B_2. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **(Μονάδες 5)**

Γ_1. Τα δύο όμοια κύπελλα του σχήματος έχουν μάζα M το καθένα και συνδέονται με οριζόντια αβαρή ράβδο. Το σύστημα βρίσκεται σε υπαίθριο χώρο και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα zz′ που διέρχεται από το μέσο της ράβδου. Ξαφνικά αρχίζει να βρέχει και καθώς οι σταγόνες της βροχής πέφτουν κατακόρυφα, τα κύπελλα γεμίζουν με τον ίδιο ρυθμό. Προσδίδουμε στο σύστημα γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_0 και αυτό αρχίζει να περιστρέφεται έτσι ώστε, τα κέντρα μάζας των κυπέλλων που απέχουν απόσταση r το καθένα από τον άξονα περιστροφής zz′ να κινούνται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Το σύστημα «αβαρής ράβδος – κύπελλα» καθώς περιστρέφεται



α. αυξάνει την κινητική του ενέργεια, ενώ η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του μειώνεται.

β. διατηρεί σταθερή την κινητική του ενέργεια, ενώ η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του αυξάνεται.

γ. διατηρεί σταθερή την κινητική του ενέργεια, ενώ η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του μειώνεται.

(Μονάδες 3)

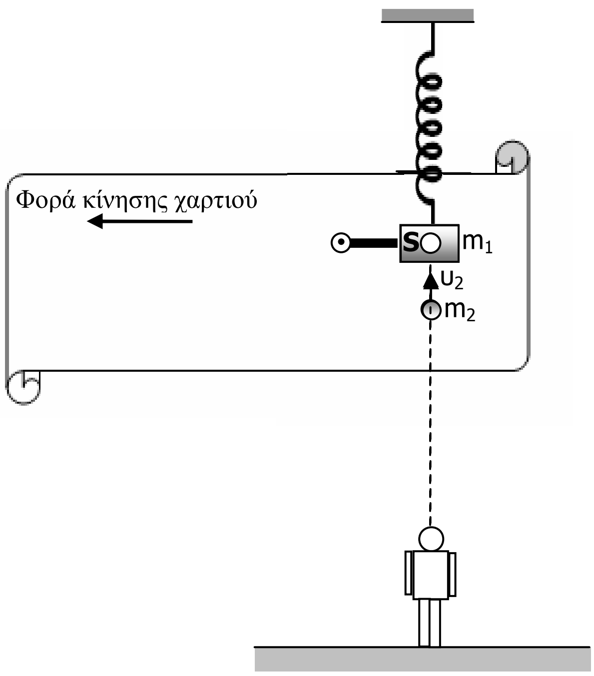
Γ_2. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **(Μονάδες 6)**

ΘΕΜΑ 3^0

Το κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο του σχήματος έχει σταθερά K=300N/m και το ένα άκρο του είναι ακλόνητα στερεωμένο στην οροφή εργαστηρίου, ενώ στο ελεύθερο άκρο του έχει συνδεθεί και ισορροπεί σώμα Σ_1 μάζας m_1=3kg στο οποίο έχει προσαρμοστεί κατάλληλα ηχητική πηγή S αμελητέας μάζας, η οποία, όταν είναι ακίνητη παράγει ήχο συχνότητας f_s.

Στο σώμα Σ_1 έχει συνδεθεί γραφίδα αμελητέας μάζας η οποία μπορεί να δημιουργεί γράφημα στην επιφάνεια χαρτιού μιλιμετρέ που κινείται σε οριζόντια διεύθυνση με φορά όπως αυτή του σχήματος. Σώμα Σ_2 μάζας m_2=1kg που κινείται προς τα πάνω προσπίπτει με ταχύτητα μέτρου υ_2= 4m/s στο σώμα Σ_1 και η κρούση τους είναι ελαστική και μετωπική.

Μετά την κρούση το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς ίση με τη σταθερά του ελατηρίου K ,κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου το οποίο παραμένει κατακόρυφο, ενώ το σώμα Σ_2 κινούμενο με ταχύτητα αντίθετης φοράς από αυτήν που είχε πριν την κρούση, απομακρύνεται.



Να υπολογίσετε:

Α₁.Τις ταχύτητες V_1 και V_2 των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ αντίστοιχα, αμέσως μετά την κρούση.

(Μονάδες 5)

Α₂.Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων της συχνότητας του ήχου που ακούει ο πειραματιστής. **(Μονάδες 4)**

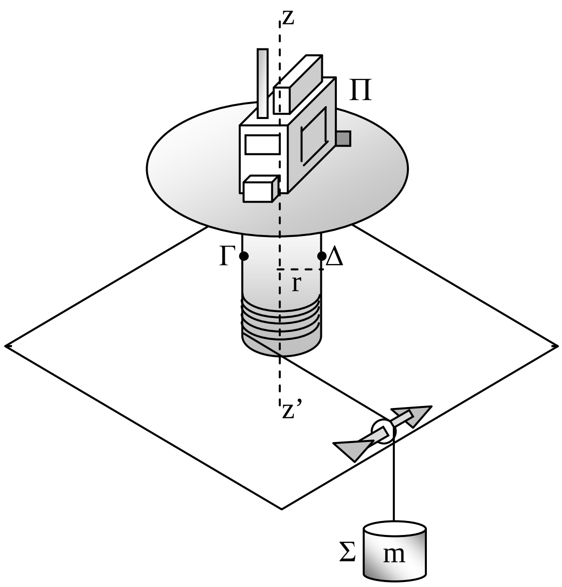
Β. Να γράψετε την εξίσωση x=x(t), της απομάκρυνσης για την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί το σώμα $Σ_1$ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως αρχή μέτρησης του χρόνου (t=0) τη χρονική στιγμή που αρχίζει το σώμα $Σ_1$ να κινείται. **(Μονάδες 6)**

Γ. Ορίζουμε ως «μετατόπιση συχνότητας» τη διαφορά $Δf=|f_A - f_S|$,όπου f_A η συχνότητα του ήχου που ακούει κάθε χρονική στιγμή ο παρατηρητής. Να υπολογίσετε ποιο (%) ποσοστό της συχνότητας f_s του ήχου που εκπέμπει η ηχητική πηγή ,όταν είναι ακίνητη, αποτελεί η «μετατόπιση συχνότητας» τη χρονική στιγμή που το σώμα $Σ_1$ διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση όπου $x=0{,}1\sqrt{3}m$, απομακρυνόμενο από την θέση ισορροπίας του. **(Μονάδες 6)**

Δ. Να εξηγήσετε ποια μεγέθη αντιστοιχούν στο γράφημα που δημιουργεί η γραφίδα πάνω στο κινούμενο χαρτί και να το σχεδιάσετε στο **χιλιμετρέ** χαρτί που υπάρχει στο τέλος του τετραδίου σας ,αφού θέσετε στους άξονες τις κατάλληλες αριθμητικές τιμές.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι $υ_{ηχου}$=332m/s. Για την απομάκρυνση της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα $Σ_1$, η θετική φορά θεωρείται προς τα πάνω. **(Μονάδες 4)**

ΘΕΜΑ 4⁰



Το στερεό σώμα Π αποτελεί τμήμα του εξοπλισμού ενός μετεωρολογικού δορυφόρου και έχει σχήμα που δεν παρουσιάζει κάποια συμμετρία. Προκειμένου να υπολογίσουμε την ροπή αδρανείας του χρησιμοποιούμε την διάταξη του σχήματος. Το στερεό στερεώνεται ακλόνητα πάνω σε κυκλικό τραπέζι που μπορεί να στρέφεται μαζί με την κυλινδρική βάση του ακτίνας r=0,1m γύρω από τον κατακόρυφο και σταθερό άξονα συμμετρίας του zz', χωρίς να δέχεται δυνάμεις τριβής από την οριζόντια σταθερή επιφάνεια στην οποία είναι τοποθετημένο. Στην περιφέρεια της κυλινδρικής βάσης του τραπεζιού έχουμε τυλίξει αβαρές νήμα στο οποίο μέσω μικρής τροχαλίας αμελητέας μάζας και ακτίνας R έχει συνδεθεί σώμα Σ μάζας m=5kg. Συγκρατούμε το σώμα Σ ακίνητο και τη χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο. Καθώς αυτό κατέρχεται το νήμα ξετυλίγεται από την βάση του τραπεζιού χωρίς να ολισθαίνει σ' αυτήν και στην τροχαλία. Όταν το σώμα Σ έχει κατέλθει κατά ύψος h=0,402m η ταχύτητά του είναι υ=0,2m/s.

Α₁. Να υπολογίσετε τη ροπή αδρανείας του συστήματος «στερεό Π – περιστρεφόμενο τραπέζι».

(Μονάδες 6)

Α₂. Τη χρονική στιγμή t_1= 2,01s να υπολογίσετε, τους ρυθμούς μεταβολής, της κινητικής ενέργειας του συστήματος «στερεό Π – περιστρεφόμενο τραπέζι» και της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ καθώς και το μέτρο της στροφορμής του συστήματος «στερεό Π – περιστρεφόμενο τραπέζι».

(Μονάδες 6)

Β. Τη χρονική στιγμή t_2=20,1s κόβουμε το νήμα και ασκούμε στα σημεία Γ και Δ της περιφέρειας της κυλινδρικής βάσης του τραπεζιού ζεύγος οριζόντιων δυνάμεων μέτρου F=5N.Με την επίδραση του ζεύγους το σύστημα «στερεό Π – περιστρεφόμενο τραπέζι» επιβραδύνεται και τελικά ακινητοποιείται στιγμιαία τη χρονική στιγμή t_3.

Β₁. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή t_3. **(Μονάδες 4)**

Β₂. Να υπολογίσετε το έργο της ροπής του ζεύγους μέχρι το σύστημα «στερεό Π – περιστρεφόμενο τραπέζι» να ακινητοποιηθεί. **(Μονάδες 4)**

Β₃. Να δώσετε τις εκφράσεις της στροφορμής και του μέτρου της μεταβολής της στροφορμής για το σύστημα «στερεό Π – περιστρεφόμενο τραπέζι» σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα t=0 έως t_3 και να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις τους στο **χιλιμετρέ** χαρτί που υπάρχει στο τέλος του τετραδίου σας . Δίνεται $g=10m/s^2$ **(Μονάδες 5)**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

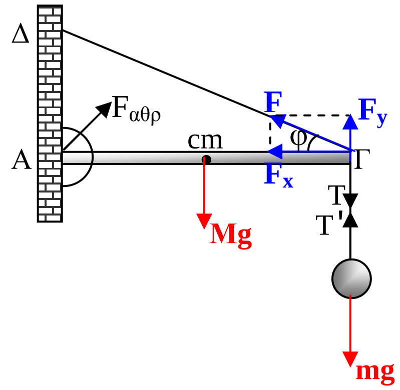
ΘΕΜΑ 1^0

1.δ **2.**γ **3.**γ **4.**α **5.α.** Σωστό **β.** Λάθος **γ.** Σωστό **δ.** Λάθος **ε.** Λάθος

ΘΕΜΑ 2^0

Α$_1$. β

Α$_2$. Από την ισορροπία της ράβδου:



$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow Mg\frac{\ell}{2} - F_y\ell - T\ell = 0 \Rightarrow Mg - 2F\eta\mu\varphi - 2T = 0 \ \ (1)$$

Από την ισορροπία της σφαίρας:

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma F = 0 \Rightarrow mg = T' \\ \text{Αβαρές νήμα}: T = T'\end{array}\right\} \Rightarrow mg = T \ \ (2)$$

Από (1) και (2): $Mg - 2F\eta\mu\varphi - 2mg = 0 \ \ (3)$

Όταν σχηματίζεται στάσιμο κύμα κατά μήκος του τμήματος ΓΔ της χορδής για να σχηματίζονται 5 ακίνητα σημεία συνολικά, πρέπει: $(\Delta\Gamma) = 4\frac{\lambda}{2} \overset{\lambda=\ell}{\Rightarrow} (\Delta\Gamma) = 2\ell \ \ (4)$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο $\Delta\hat{A}\Gamma$: $\sigma\upsilon\nu\hat{\varphi} = \frac{(\Gamma A)}{(\Gamma\Delta)} \overset{(4)}{=} \frac{\ell}{2\ell} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{\varphi} = \frac{\pi}{3}\text{rad} \ \ (5)$

$$(1) \overset{(5)}{\Rightarrow} Mg - 2Mg\sqrt{3}\eta\mu\frac{\pi}{3} + 2mg = 0 \Rightarrow M - 2M\sqrt{3}\frac{\sqrt{3}}{2} + 2m = 0 \Rightarrow m = M$$

Β$_1$. γ

Β$_2$. Για να ελέγξουν ο Φρίξος και η Έλλη τη συχνότητα της σφυρίκτρας υπερήχων πρέπει αυτή να βρεθεί μέσα στην περιοχή συχνοτήτων (20Hz-20K Hz) που μπορούν να ακούσουν. Επειδή f_S=21KHz >20KHz πρέπει η Έλλη με το ποδήλατο της να απομακρύνεται από τον Φρίξο, άρα $f_A = f_S(\frac{\upsilon_{\upsilon\pi\varepsilon\rho} - \upsilon}{\upsilon_{\upsilon\pi\varepsilon\rho}})$ (1). Η ελάχιστη τιμή ταχύτητας που πρέπει να έχει το ποδήλατο της Έλλης αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή συχνότητας που μπορεί να ακούσει ο Φρίξος η οποία είναι f_{Amax}=20KHz.

Από τη σχέση (1): $20\cdot10^3 = 21\cdot10^3(\frac{336 - \upsilon_{min}}{336}) \Rightarrow 20\cdot336 = 21\cdot336 - 21\upsilon_{min}$

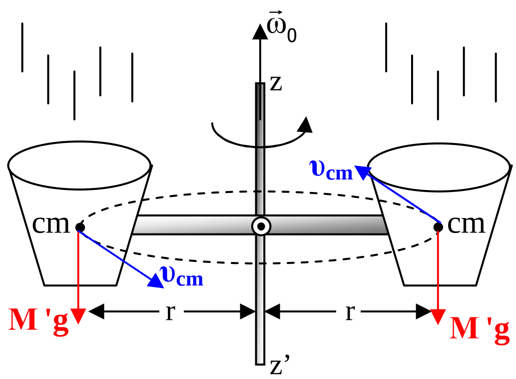
$$\Rightarrow \upsilon_{min} = \frac{336}{21} = 16m/s$$

Γ$_1$. γ

Γ$_2$. Οι βαρυτικές δυνάμεις είναι κατακόρυφες και δεν παράγουν έργο στο σύστημα που στρέφεται στο οριζόντιο επίπεδο. Οι δυνάμεις επαφής βροχής – κυπέλλων είναι εσωτερικές, έχουν σχέση δράσης- αντίδρασης και το συνολικό τους έργο είναι μηδέν.

Από το Θ.Ε.Ε για το σύστημα αβαρής ράβδος – κύπελλα: $\Sigma W = \Delta K \Rightarrow 0 = K_\tau - K_\alpha \Rightarrow K_\tau = K_\alpha$=σταθερή.

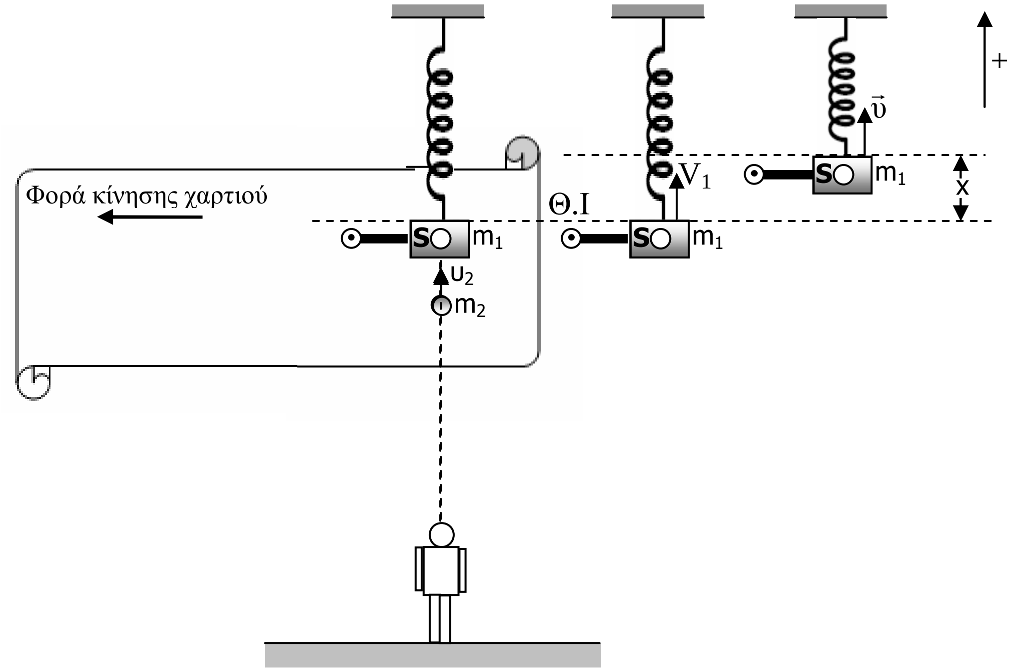
Στο περιστρεφόμενο περί τον άξονα zz' σύστημα ράβδου – κυπέλλων ασκούνται οι εξωτερικές βαρυτικές δυνάμεις, οι οποίες δεν έχουν ροπές κατά τον άξονα zz'. Όταν αρχίζει να βρέχει οι δυνάμεις που ασκούν οι σταγόνες της βροχής στο εσωτερικό των κυπέλλων είναι εσωτερικές του συστήματος ράβδος – κύπελλα – νερό βροχής. Η μάζα του κάθε κύπελλου μεταβάλλεται με τον ίδιο ρυθμό δηλαδή κάθε χρονική στιγμή τα κύπελλα έχουν την ίδια μάζα Μ'.



Από την Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής για το σύστημα έχουμε: $2I_{zz'}\omega_0 = 2I'_{zz'}\omega$. Με εφαρμογή του Θεωρήματος Steiner: $2(I_{cm} + Mr^2)\omega_0 = 2(I'_{cm} + M'r^2)\omega \Rightarrow \omega = \frac{(I_{cm} + Mr^2)\omega_0}{I'_{cm} + M'r^2}$

όπου I_{cm}= η ροπή αδρανείας του κάθε κύπελλου ως προς τον κατακόρυφο άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας του. Επειδή καθώς τα κύπελλα γεμίζουν με το νερό της βροχής $M'>M$, άρα και $I'_{cm} > I_{cm}$. Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι $\omega < \omega_0$.
Άρα η γωνιακή του ταχύτητα του συστήματος μειώνεται.

ΘΕΜΑ 3^0



A₁. Κατά την ελαστική κρούση των σωμάτων m_1 και m_2 η ορμή και η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρούνται σταθερές:

$$\vec{P}_{ΟΛπ} = \vec{P}_{ΟΛμ} \overset{\uparrow +}{\Rightarrow} m_2\upsilon_2 = m_1V_1 - m_2V_2 \quad (1)$$

$$K_{ΟΛπριν} = K_{ΟΛμετά} \Rightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon^2{}_2 = \frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}mV_2^2 \ (2)$$

Από (1) και (2): $V_1 = \dfrac{2m_2\upsilon_2}{m_1+m_2} \Rightarrow V_1 = 2m/s$ (3) και

$$V_2 = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_2}{m_1+m_2} \Rightarrow V_2 = 2m/s$$

A₂. Η περίοδος της α.α.τ που εκτελεί το $Σ_1$ μετά την κρούση είναι: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1}{K}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{3}{300}}$.

$\Rightarrow T = \dfrac{\pi}{5}s$ (4). Η συχνότητα του ήχου που ακούει ο ακίνητος πειραματιστής λόγω φαινομένου Doppler καθώς η ηχητική πηγή τον πλησιάζει ,δίνεται από τη σχέση: $f_A = f_S(\dfrac{\upsilon_{ηχ}}{\upsilon_{ηχ} - \upsilon})$ όπου υ= η ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$ και μεγιστοποιείται, όταν το σώμα $Σ_1$ και η ηχητική πηγή πλησιάζουν τον πειραματιστή με τη μέγιστη ταχύτητα τους $\upsilon=|V_1|$, δηλαδή όταν διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους κινούμενα με φορά προς τα κάτω. Αυτό συμβαίνει μία φορά στη διάρκεια μιας πλήρους ταλάντωσης του $Σ_1$. Άρα το ζητούμενο χρονικό διάστημα είναι $\Delta t = T = \dfrac{\pi}{5}s$.

Β. Το σώμα $Σ_1$ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή t=0, από τη θέση ισορροπίας της α.α.τ (x=0) με ταχύτητα $υ=+V_1=+V_{max}$ και γωνιακή συχνότητα $ω = \dfrac{2π}{T} \overset{(4)}{\Rightarrow} ω = 10\,rad/s$. Αλλά

$$V_1 = ωA \overset{(3)}{\Rightarrow} A = \frac{2}{10} \Rightarrow A = 0,2m.$$

Η εξίσωση της α.α.τ που εκτελεί το $Σ_1$ είναι:

$$x = Aημ(ωt + φ_0) \Rightarrow x = 0,2ημ(10t + φ_0) \overset{t=0}{\Rightarrow} 0 = 0,2ημφ_0 \Rightarrow$$

$$ημφ_0 = \left.\begin{matrix} 0 \Rightarrow φ_0 = κπ \\ 0 \leq φ_0 < 2π \end{matrix}\right\} \Rightarrow φ_0 = 0 \;\; ή \;\; φ_0 = π\,rad/s$$

Η ταχύτητα της α.α.τ του $Σ_1$ είναι: $υ = 2συν(10t + φ_0) \overset{t=0}{\Rightarrow} υ = 2συνφ_0$. Για $φ_0=0$: υ=+2m/s και για $φ_0=π$ rad/s: υ=-2m/s (απορρίπτεται).
Η εξίσωση της α.α.τ του $Σ_1$: x=0,2ημ10t (S.I)

Γ. Η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$ διατηρείται σταθερή και ίση με τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης, το μέτρο της ταχύτητας υ του σώματος $Σ_1$, όταν διέρχεται από τη θέση απομάκρυνσης $x = 0,1\sqrt{3}m$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{2}m_1υ^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}KA^2 \Rightarrow |υ| = \sqrt{\frac{K(A^2 - x^2)}{m_1}} \Rightarrow |υ| = \sqrt{\frac{300}{3}(4\cdot10^{-2} - 3\cdot10^{-2})} \Rightarrow |υ| = 1m/s \;\; (5)$$

Η συχνότητα του ήχου που ακούει ο πειραματιστής εκείνη τη χρονική στιγμή, επειδή το σώμα και η ηχητική πηγή απομακρύνονται από αυτόν είναι: $f_A = f_S(\dfrac{υ_{ηχ}}{υ_{ηχ} + υ_s})$ (6).

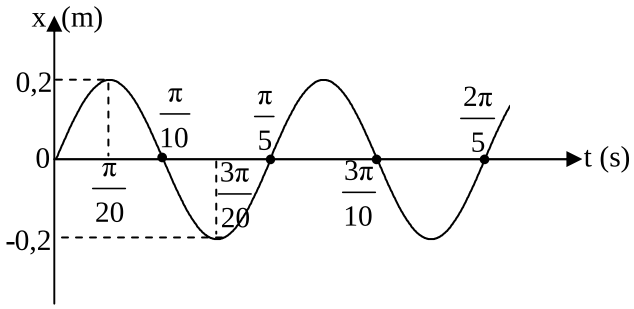
Η «μετατόπιση συχνότητας» εκείνη τη χρονική στιγμή είναι:

$$Δf = |f_A - f_S| \overset{(6)}{\Rightarrow} Δf = \left|f_S(\frac{υ_{ηχ}}{υ_{ηχ} + υ}) - f_S\right| \Rightarrow Δf = \left|\frac{f_Sυ_{ηχ} - f_Sυ_{ηχ} - f_Sυ}{υ_{ηχ} + υ}\right| \Rightarrow Δf = \frac{f_Sυ}{υ_{ηχ} + υ}.$$

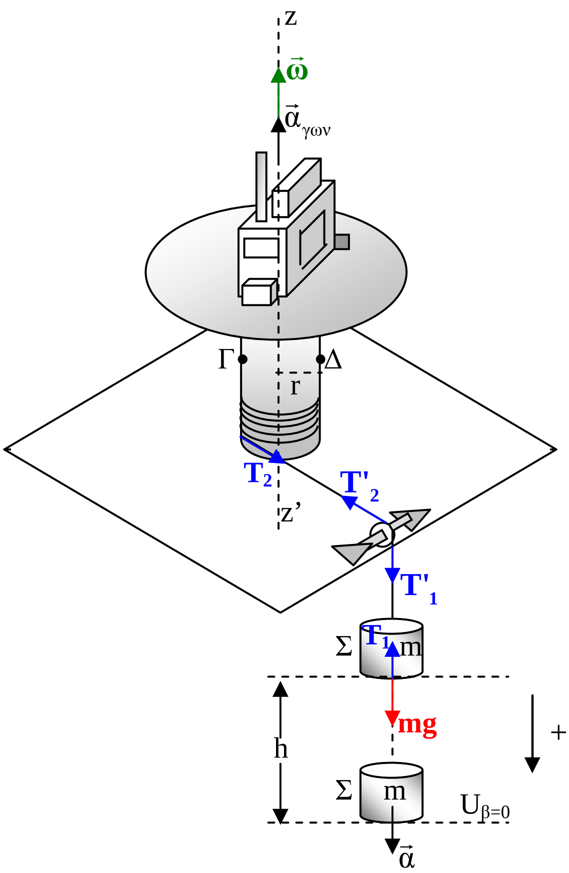
Το ζητούμενο (%) ποσοστό είναι

$$π(\%) = \frac{Δf}{f_S}100\% \Rightarrow π(\%) = \frac{υ}{υ_{ηχ} + υ}100\% \Rightarrow π(\%) = \frac{100}{333}\% = 0,3\%$$

Δ. Στην κατακόρυφη διεύθυνση το γράφημα απεικονίζει την απομάκρυνση της α.α.τ που εκτελεί το σύστημα ελατήριο – σώμα $Σ_1$ και στην οριζόντια διεύθυνση το χρόνο ταλάντωσης, που στο πείραμα εκφράζεται από την κίνηση του χαρτιού. Το γράφημα έχει την παρακάτω μορφή:



ΘΕΜΑ 4^0



Α$_1$. Στο σύστημα: στερεό Π – τραπέζι – σώμα Σ επιδρούν: η συντηρητική βαρυτική δύναμη στο σώμα Σ η οποία παράγει έργο και οι δυνάμεις από το νήμα για τις οποίες ισχύει:
Από το Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για τη στροφική κίνηση της μικρής τροχαλίας και θεωρώντας ότι θετικές είναι οι ροπές που στρέφουν κατά τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού:
$\Sigma\tau=0 \Rightarrow T'_1R - T'_2R = 0 \Rightarrow T'_1 = T'_2$, άρα
$\vec{T}_1 = -\vec{T}'_1 = \vec{T}_2 = -\vec{T}'_2$, το συνολικό έργο των δυνάμεων αυτών είναι μηδέν, επομένως η Μηχανική Ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή:

$$E_{Μαρχ} = E_{Μτελ} \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (1).$$

Η ταχύτητα υ του σώματος Σ είναι ίση με την ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας της αβαρούς τροχαλίας $\upsilon_{γρ(τρ)}$ και των σημείων της περιφέρειας της κυλινδρικής βάσης του τραπεζιού ($\upsilon_{γρ(τραπ)}$):

$$\upsilon_{γρ(τρ)} = \upsilon_{γρ(τραπ)} = \omega R \Rightarrow \upsilon = \omega R \Rightarrow \omega\frac{\upsilon}{r} \quad (2).$$

Από (1) και (2):

$$mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}I\frac{\upsilon^2}{r^2} \Rightarrow 2mgh = m\upsilon^2 + \frac{I\upsilon^2}{r^2} \Rightarrow$$

$$m(2gh - \upsilon^2) = I\frac{\upsilon^2}{r^2} \Rightarrow I = \frac{mr^2(2gh - \upsilon^2)}{\upsilon^2} \Rightarrow I = mr^2(\frac{2gh}{\upsilon^2} - 1) \Rightarrow I = 5\cdot10^{-2}(2\cdot10\frac{0,402}{4\cdot10^{-2}} - 1)$$

$$\Rightarrow I = 5\cdot10^{-2}(5\cdot0,402\cdot10^2 - 1) \Rightarrow I = 5\cdot10^{-2}(201-1) \Rightarrow I = 10kgm^2 \quad (3)$$

Σχόλιο: Είναι προφανές ότι η ροπή αδρανείας του συστήματος μπορεί να υπολογιστεί και από τις εξισώσεις που προκύπτουν από την εφαρμογή του Θεμελιώδους Νόμου της Μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του σώματος Σ, για τη στροφική κίνηση της μικρής τροχαλίας και τη στροφική κίνηση του συστήματος «στερεό Π – περιστρεφόμενο τραπέζι». Διαδικασία που ούτως ή άλλως ακολουθείται στην επίλυση του ερωτήματος **Α$_2$.**

Α$_2$. Από το Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του Σ: $mg - T_1 = m\alpha$ (4)
Από το Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για τη στροφική κίνηση του «στερεό Π – περιστρεφόμενο τραπέζι» : $T_2r = I\alpha_{γων}$ (5)

Από τη σχέση (2): $\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\upsilon}{rdt} \Rightarrow \alpha_{γων} = \frac{\alpha}{r}$ (6)

Από (5) $\overset{(6)}{\Rightarrow} T_2 = I\frac{\alpha}{r^2}$ (7)

Προσθέτουμε τις (4) και (7): $mg - T_1 + T_2 = m\alpha + I\frac{\alpha}{r^2} \overset{T_1=T_2}{\Rightarrow} \alpha = \frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}} \overset{(3)}{\Rightarrow}$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{50}{1005} = \frac{10}{201}m/s^2 \quad (8)$$

Από (6) $\overset{(8)}{\Rightarrow} \alpha_{γων} = \frac{10}{201\cdot0,1} = \frac{100}{201}r/s^2$ (9)

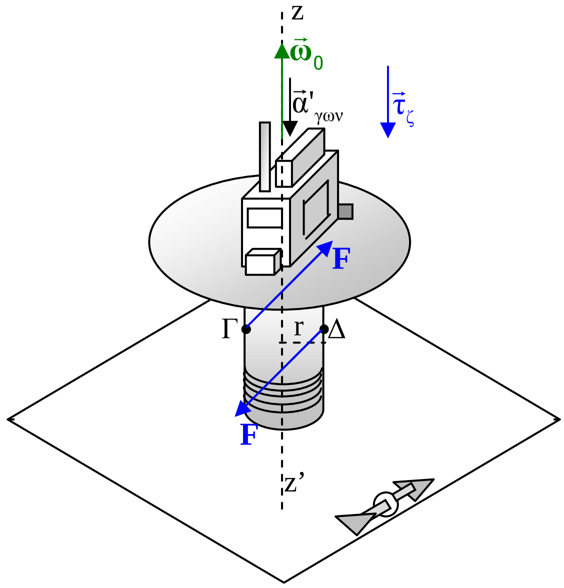
Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος «στερεό Π – περιστρεφόμενο τραπέζι» είναι: $\frac{dK_{(\sigma\upsilon\sigma)}}{dt} = \tau_{T_2}\cdot\omega = I\alpha^2_{\gamma\omega\nu}t \underset{(9)}{\overset{(3)}{=}} 10\frac{10^2}{20,1^2}2,01 = \frac{10^3\cdot 2,01}{2,01^2\cdot 10^2} = \frac{10}{2,01} = 4,975J/s$.

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ είναι:

$$\frac{dK_{(\Sigma)}}{dt} = \Sigma F\upsilon = ma^2t \overset{(8)}{\Rightarrow} \frac{dK_{(\Sigma)}}{dt} = \frac{5\cdot 10^2}{201^2}2,01 \Rightarrow \frac{dK_{(\Sigma)}}{dt} = \frac{5\cdot 10^2}{2,01^2\cdot 10^4}2,01 = \frac{5}{201} = 0,029J/s$$

Η στροφορμή του συστήματος «στερεό Π – περιστρεφόμενο τραπέζι» είναι:

$$L = I\omega \Rightarrow L = I\alpha_{\gamma\omega\nu}t \underset{t=2,01s}{\overset{(3),(9)}{\Rightarrow}} L = 10kg\cdot m^2/s$$



Β₁. Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος «στερεό Π – περιστρεφόμενο τραπέζι» τη χρονική στιγμή t_2 που κόβουμε το νήμα είναι:

$$\omega_0 = \alpha_{\gamma\omega\nu}t_2 \overset{(9)}{\Rightarrow} \omega_0 = \frac{10}{20,1}20,1 \Rightarrow \omega_0 = 10rad/s \quad (10)$$

Από το Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για τη στροφική κίνηση του συστήματος «στερεό Π – περιστρεφόμενο τραπέζι»:

$$F\cdot 2r = I\left|\alpha'_{\gamma\omega\nu}\right| \Rightarrow F\cdot 2r = \left|\frac{0-\omega_0}{t_3-t_2}\right| \overset{(10)}{\Rightarrow} 1 = \frac{10}{t_3-20,1}$$

$$\Rightarrow 10 = t_3 - 20,1 \Rightarrow t_3 = 30,1s$$

Β₂. Από το Θ.Ε.Ε για το σύστημα «στερεό Π – περιστρεφόμενο τραπέζι» και στο χρονικό διάστημα t_3-t_2 έχουμε: $\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_{\tau\,\zeta\varepsilon\acute{\upsilon}\gamma o\upsilon\varsigma} = 0 - \frac{1}{2}I\omega_0^2 \Rightarrow W_{\tau\,\zeta\varepsilon\acute{\upsilon}\gamma o\upsilon\varsigma} \underset{(10)}{\overset{(3)}{=}} -\frac{1}{2}I\omega_0^2 \Rightarrow W_{\tau\,\zeta\varepsilon\acute{\upsilon}\gamma o\upsilon\varsigma} = -\frac{1}{2}10\cdot 10^2$

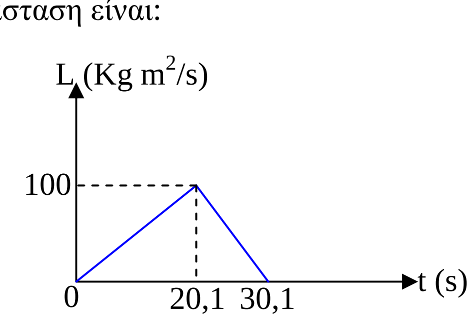
$$\Rightarrow W_{\tau\,\zeta\varepsilon\acute{\upsilon}\gamma o\upsilon\varsigma} = -500J$$

Β₃. Η στροφορμή του συστήματος «στερεό Π – περιστρεφόμενο τραπέζι» δίνεται από τη σχέση:

$L = I_{zz'}\omega \Rightarrow L = I_{zz'}\alpha_{\gamma\omega\nu}t \underset{(9)}{\overset{(3)}{\Rightarrow}} L = \frac{1000}{201}t$ (S.I) για $0 \le t \le t_2 = 20,1s$ και αντίστοιχα:

$L = I_{zz'}\omega \Rightarrow L = I_{zz'}[\omega_0 - \alpha'_{\gamma\omega\nu}(t-t_2)] \underset{(10)}{\overset{(3)}{\Rightarrow}} L = 10[10-1(t-20,1)] \Rightarrow L = 301-10t$ (S.I) για $t_2 = 20,1 \le t \le t_3 = 30,1s$.

Η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι:



Το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής είναι:

$$\left|\frac{dL}{dt}\right| = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \underset{(9)}{\overset{(3)}{\Rightarrow}} \left|\frac{1000}{201}\right| = 4,975Kg \cdot m^2 / s \;\; 0 \le t \le t_2 = 20,1s \text{ και αντίστοιχα:}$$

$$\left|\frac{dL}{dt}\right| = I\alpha'_{\gamma\omega\nu} \overset{(3)}{\Rightarrow} \left|\frac{dL}{dt}\right| = 1Kg \cdot m^2 / s \;\; t_2 = 20,1 \le t \le t_3$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι: